

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Централна комисия за провеждане на олимпиадата по АСТРОНОМИЯ

РЕШЕНИЯ НА ЗАДАЧИТЕ

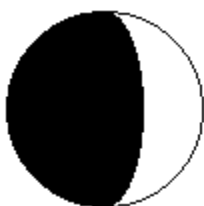
от II кръг на IV национална олимпиада по астрономия, 11 януари 2001 г.

УЧЕНИЦИ VII - VIII КЛАС

Задача 1 (10 точки): Основните лунни фази се редуват в следната последователност:

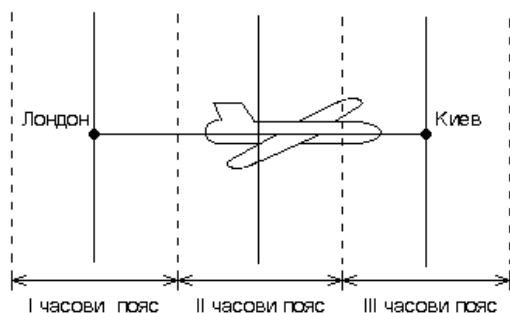
Новолуние
Първа четвърт
Пълнолуние
Последна четвърт **(1 т.)**

На 9 януари е имало лунно затъмнение. Лунното затъмнение се получава, когато Луната навлезе в сянката, хвърляна от Земята. То може да се случи само когато Луната е във фаза пълнолуние. Следователно на 9 януари Луната е била в пълнолуние **(2 т.)**. Лунните фази се редуват през период приблизително 29.5 денонощия (синодичен месец). Времето между две последователни основни лунни фази трябва да е около една четвърт от този интервал или 7.4 денонощия. Ето защо на Нова година, т.е. 9 дни преди 9 януари, Луната е била във фаза малко преди първа четвърт **(2 т.)**. Тъй като във фаза първа четвърт ние виждаме осветена точно половината от видимия лунен диск, то в новогодишната нощ се е виждала осветена малко по-малко от половината от лунния диск и Луната е изглеждала така **(2 т.)**:



Във фаза първа четвърт Луната е на 90° източно от Слънцето. Тъй като на фона на звездното небе Луната се движи от запад на изток, то малко преди първа четвърт Луната е била на малко по-малко от 90° източно от Слънцето. Следователно Слънцето, което осветява Луната, е било на запад от нея и затова осветената част от видимия лунен диск е била западната, т.е. дясната за нас **(3 т.)**.

Задача 2 (10 точки):

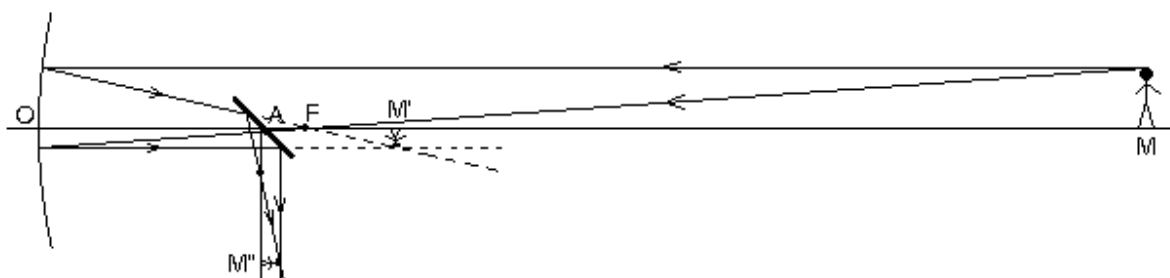


Централните меридиани на всеки два съседни часови пояса отстоят на 15° един от друг по географска дължина. Лондон и Киев лежат на централните меридиани на I и III часови пояси съответно, и на един и същи географски паралел, по който става движението на самолета.

Границите на часовите пояси са прекарани точно по меридианите, отстоящи на по 7.5° от централните меридиани. Самолетът изминава разстоянието от Лондон до Киев за два часа, като се движи с постоянна скорост. Това означава, че самолетът изминава ширината на един часови пояс за един час, а на половината от някой часови пояс за половин час **(2 т.)**. Ако самолетът излети в 21^h по лондонско време на 31 декември от Лондон, то в 21^{h30^m} по лондонско време той ще достигне до границата между I и II часови пояси. По времето във II часови пояс това ще е в 22^{h30^m} **(2 т.)**. Един час по-късно, в 23^{h30^m} , самолетът ще е на границата между II и III часови пояси. По времето на III часови пояс това ще е вече 00^{h30^m} на 1 януари **(2 т.)** и самолетът ще пристигне в Киев в 01^{h00^m} **(1 т.)**. Следователно пътниците въобще няма да могат да отбележат настъпването на Новата година, тъй като ако се съобразяват само с пояското време на мястото, където се

намират, било то докато са на борда на самолета, или на земята, те ще пропуснат този момент. (3 т.)

Задача 3 (10 точки):



Астрономът М се намира на разстояние $OM = 1 \text{ km}$ от телескопа. Фокусното разстояние на огледалния обектив на телескопа е $OF = f = 1000 \text{ mm}$. С M' означаваме образа на астронома, който би се получил, ако огледалото А го няма, а с M'' – образът на астронома, който се получава, когато огледалото А е на мястото си (3 т.). Съгласно добре познатата формула от геометричната оптика:

$$1 / OM + 1 / OM' = 1 / f \quad (2 \text{ т.})$$

Оттук получаваме:

$$OM' = f \cdot OM / (OM - f) \quad (1 \text{ т.})$$

$$OM' = 1001 \text{ mm}$$

С помощта на плоското огледало А, наклонено под ъгъл 45° към оптичната ос на телескопа, образът на астронома се отклонява на разстояние $AM'' = 200 \text{ mm}$ от оптичната ос. Тъй като очевидно $AM' = AM''$ (1 т.), то търсеното разстояние OA , на което трябва да се постави огледалото А, за да е изпълнено това условие, е:

$$OA = OM' - AM' = OM' - AM'' \quad (2 \text{ т.})$$

$$OA = 801 \text{ mm} \quad (1 \text{ т.})$$

Забележка: На дадения чертеж някои от показаните светлинни лъчи, тръгващи от астронома, с чиято помощ е построен неговият образ, "преминават" през огледалото А, преди да стигнат до обектива на телескопа. Такъв е лъчът, идващ от главата на астронома и минаващ през фокуса на обектива, както и лъчът, идващ от краката на астронома и съвпадащ с оптичната ос на обектива (на чертежа той не е означен със стрелки). На практика това, разбира се, е невъзможно и образът на астронома не се получава от тези лъчи. Всъщност той се получава от други светлинни лъчи, тръгващи от самия астроном в други посоки – не бива да се забравя, че всяка точка от наблюдавания обект излъчва във всички посоки. Това са лъчи, на които огледалото А не пречи да достигнат до обектива на телескопа. Техният ход, обаче, по-трудно се построява. Но те формират образа на астронома на същото място и в същия размер, както и "фиктивните" лъчи, използвани от нас. Ние сме избрали именно тях само за улеснение, понеже правилата за тяхното построяване са най-прости.

Задача 4 (10 точки): Нека d_a е видимият ъглов диаметър на Слънцето, когато Земята е в афелия на своята орбита, r_a е разстоянието до Слънцето в същия момент, а d_p е видимият ъглов диаметър на Слънцето, когато Земята е в перихелий, и r_p е съответното разстояние до Слънцето. Колкото по-далеч от нас е Слънцето, толкова по-малък е неговият видим ъглов диаметър. Следователно:

$$d_a / d_p = r_p / r_a \quad (4 \text{ т.})$$

Средното разстояние от Земята до Слънцето е $r = 149.6 \times 10^6 \text{ km}$.

$$r = (r_a + r_p) / 2 \quad (1 \text{ т.})$$

Решавайки системата от получените две уравнения, намираме:

$$r_p = 2rd_a / (d_p + d_a) \quad (1 \text{ т.})$$

$$r_a = 2rd_p / (d_p + d_a) \quad (1 \text{ т.})$$

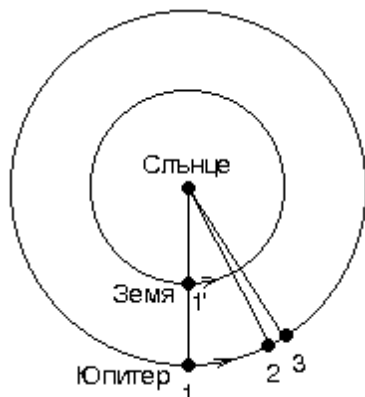
Разликата между афелийното и перихелийното разстояние на Земята е:

$$\Delta = r_a - r_p = 2r(d_p - d_a) / (d_p + d_a) \quad (2 \text{ т.})$$

$$\Delta \approx 5.3 \times 10^6 \text{ km.} \quad (1 \text{ т.})$$

В перихелий Земята е с $5.3 \times 10^6 \text{ km}$ по-близо до Слънцето, отколкото в афелий.

Задача 5 (10 точки):



На 28 ноември 2000 г. Юпитер е в противостояние (опозиция) и е в положение 1, а Земята – в положение 1' **(1 т.)**. Една година по-късно Земята е извършила пълна обиколка около Слънцето и отново е дошла в положение 1', а Юпитер е изминал $1/12$ част от орбитата си и се е преместил в положение 2 **(2 т.)**. За да го догони, Земята трябва да измине още също $1/12$ част от своята орбита. За това ѝ е необходимо време, равно на $1/12$ част от годината, или $365.25/12 \approx 30.4$ денонощия **(1 т.)**.

Но за тези 30.4 денонощия Юпитер от своя страна изминава още една малка част от орбитата си, равна на $1/12$ от $1/12$ - тата ѝ част, понеже се движи около Слънцето с 12 пъти по-малка ъглова скорост, отколкото Земята. Така той отива в положение 3 **(2 т.)**. Земята пак трябва да го догонва, изминавайки още също $1/12$ от $1/12$ - тата част от своята орбита, за което ѝ е необходимо допълнително време, равно на $30.4/12 \approx 2.5$ денонощия **(1 т.)**. За това време Юпитер също се премества още малко. Бихме могли да продължим този процес на непрекъснато приближаване към точната стойност на търсения резултат с безкраен брой подобни стъпки, но тъй като в задачата се изисква точност само до едно денонощие, можем да спрем дотук **(1 т.)**. В крайна сметка следващото противостояние на Юпитер ще се случи след време:

$$365.25 + 30.4 + 2.5 \approx 398 \text{ дни.} \quad (2 \text{ т.})$$

Бихме могли да решим задачата по-кратко, ако използваме формулата за връзката между сидеричните периоди на обикаляне на Земята и на Юпитер около Слънцето, съответно $T_3 = 1$ година и $T_{Ю} = 12$ години, и синодичния период на Юпитер $T_{Ю}'$ **(3 т.)**, който по дефиниция е именно периодът между две последователни противостояния на планетата:

$$1 / T_{Ю}' = 1 / T_3 - 1 / T_{Ю} \quad (4 \text{ т.})$$

откъдето получаваме:

$$T_{Ю}' = T_3 T_{Ю} / (T_{Ю} - T_3) \quad (2 \text{ т.})$$

$$T_{Ю}' \approx 1.091 \text{ години} \approx 398 \text{ денонощия} \quad (1 \text{ т.})$$